

## Ângulos : adição , subtração , multiplicação e divisão

° = grau(s)

' = minuto(s)

" = segundo(s)

### Adição :

$$1) \quad 12^\circ 30' 10''$$

$$+ 24^\circ 13' 15''$$

$$\begin{array}{r} \hline 36^\circ 43' 25'' \end{array}$$

$$2) \quad 49^\circ 30'$$

$$+ 10^\circ 42'$$

$$\begin{array}{r} \hline 72' \end{array}$$

Importante: Como o resultado ultrapassou os 60', ficam 12' na casa dos minutos e vão 60' para a casa dos graus.  $60' = 1^\circ$ , então, você leva  $1^\circ$  para a casa dos minutos. O mesmo vale para os segundos

$$\begin{array}{r} 1^\circ \\ 49^\circ 30' \\ + 31^\circ 42' \\ \hline 81^\circ 12' \end{array}$$

$$3) \quad 26^\circ 40' 18''$$

$$+ 32^\circ 13' 10''$$

$$\begin{array}{r} \hline 58^\circ 53' 28'' \end{array}$$

$$4) \quad 14^\circ 44' 20'' \\ + 10^\circ 15' 10''$$

---


$$24^\circ 59' 30''$$

$$5) \quad 10^\circ 05' 54'' \\ + 11^\circ 13' 18''$$

---


$$21^\circ 18' 72''$$

$$21^\circ + 18' + 1' + 12'' = 21^\circ 19' 12''$$

$$6) \quad 120^\circ 10' 17'' \\ + 70^\circ 12' 09''$$

---


$$190^\circ 22' 22''$$

## Subtração

Exemplos:

$$1) \quad 79^\circ 55' 58'' - 22^\circ 54' 08'' = 57^\circ 1' 50''$$

$$2) \quad 150^\circ 14' 10'' - 44^\circ 10' 05'' = 106^\circ 4' 5''$$

$$3) \quad 20^\circ 15' 25'' - 19^\circ 10' 14'' = 1^\circ 5' 11''$$

$$4) \quad 27^\circ 71' 94'' - 13^\circ 40' 52'' = 14^\circ 31' 42''$$

Realizar a diferença entre  $28^\circ 12' 34''$  e  $13^\circ 40' 52''$ :

Como há menos segundos no minuendo do que no subtraendo, transformamos 1' dos 12' que existem no minuendo em segundos multiplicando-o por 60. O resultado, 60'', somamos aos 34'' existentes, totalizando 94''. Restam-nos 11'', que são insuficientes.

Temos de transformar  $1^\circ$  em minutos multiplicando-o por 60. O resultado, 60', somamos aos 11' existentes, totalizando 71'. O resultado é:  $27^\circ 71' 94'' - 13^\circ 40' 52'' = 14^\circ 31' 42''$

$$5) \quad 50^\circ 38' 40'' - 30^\circ 15' 28'' = 20^\circ 23' 12''$$

$$6) \quad 180^\circ - 22^\circ 37' 45'' =$$

$$179^\circ 59' 60'' - 22^\circ 37' 45''$$

Veja: O subtraendo possui grau, minutos e segundos, já o minuendo possui apenas grau, por isso é necessário retirar  $1^\circ$  de  $180^\circ$  que equivale há 60' e  $180^\circ$  ficará  $179^\circ$ , os 60' retira-se 1' que equivale há 60'', observe que agora o minuendo possui minutos e segundos, agora sim pode-se começar há operação!

$$179^\circ 59' 60'' - 22^\circ 37' 45'' = 157^\circ 22' 15''$$

### **Multiplicação:**

$$2 \times (45^\circ 80' 72'') = 90^\circ 160' 144''$$

-Veja: Como o número de segundos e o de minutos são maiores do que 60, temos que transformá-los em menores que 60.

$144'' - 60'' = 84''$  continua sendo maior que 60, por isso deve continuar a subtrair por 60 até que o resultado seja menor que 60.

$84'' - 60'' = 24''$  Agora o resultado foi menor que 60.

Somamos 2' aos 160' e ficará 162'

Usaremos o mesmo processo usado a cima.

$$162' - 60' = 102' - 60' = 42'$$

Somamos  $2^\circ$  aos  $90^\circ$  e ficará  $92^\circ$

Resultado:  $92^\circ 24' 42''$

### Divisão:

Dividimos os graus, os minutos e os segundos pelo número. Devemos considerar que os diferentes restos obtidos terão de ser previamente transformados na unidade inferior.

Realizar a divisão de  $356^\circ 13' 38''$  por 12: O resultado final será:  $29^\circ 41' 8''$  e 2' de resto.

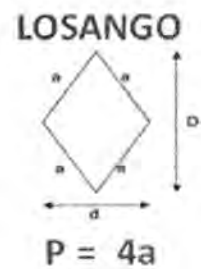
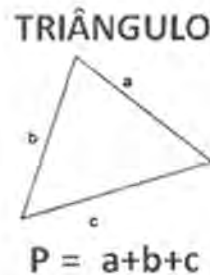
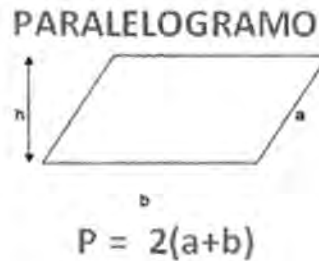
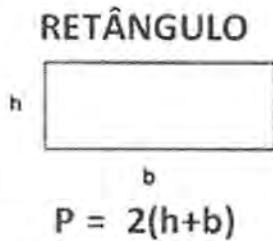
The image shows a handwritten calculation for the division of  $356^\circ 13' 38''$  by 12. The process is as follows:

- Start with  $356^\circ$ . Multiply by 60 to get  $480'$ .
- Add the original  $13'$  to get  $493'$ .
- Convert the  $493'$  to seconds:  $493 \times 60 = 29580''$ .
- Add the original  $38''$  to get  $29618''$ .
- Divide  $29618''$  by 12 to get  $2468''$  with a remainder of 2''.
- Convert  $2468''$  back to minutes:  $2468 \div 60 = 41'$  with a remainder of 8''.
- Convert the  $41'$  back to degrees:  $41 \div 60 = 0^\circ$  with a remainder of 41'.
- The final result is  $29^\circ 41' 8''$  and 2'' of remainder.

## Perímetros e áreas

**PERÍMETRO** é a medida do comprimento de um contorno, ou o comprimento da linha que delimita uma figura plana. Pode ser expresso em metro, decímetro ou quilometro, ...

As principais FIGURAS GEOMÉTRICAS PLANAS e o cálculo de seus perímetros são:

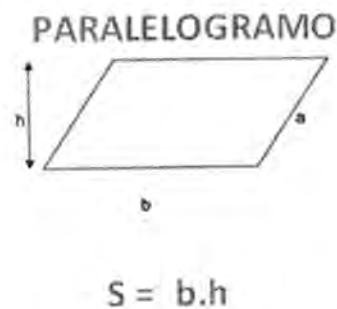
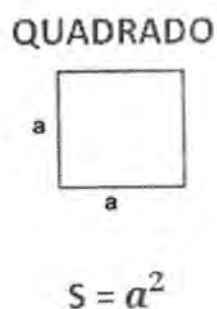
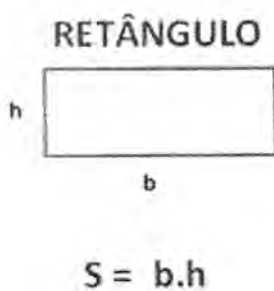


**Observação:** Aqui aparece o número Pi que representamos com o símbolo  $\pi$ .

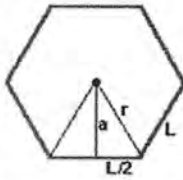
Note que o perímetro do círculo é o comprimento da circunferência. É interessante saber que o número  $\pi$  foi determinado na antiguidade, como a relação entre a medida do comprimento da circunferência e a medida do seu diâmetro, pois os povos antigos precisavam deste valor para desenhar o projeto de suas construções. Em 500 aC ele era usado como  $\pi \approx 3$ , já em 250 aC Arquimedes usou o valor  $\pi \approx 3,1463$ .

Durante séculos os matemáticos procuraram o valor exato de  $\pi$  sem sucesso, com a invenção do computador já se calculou trilhões de casas decimais para este número, sem que se obtivesse uma dízima periódica.

**ÁREA** é a medida da quantidade de espaço de uma superfície delimitada.

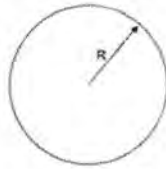


**HEXÁGONO**



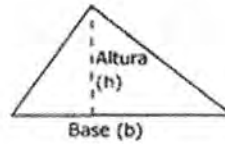
$$S = a \cdot P / 2$$

**CÍRCULO**



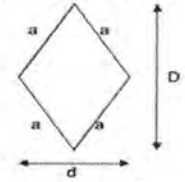
$$S = \pi R^2$$

**TRIÂNGULO**



$$S = \frac{b \cdot h}{2}$$

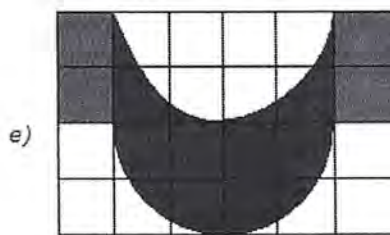
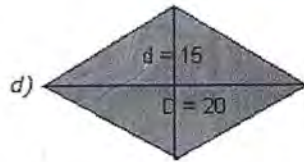
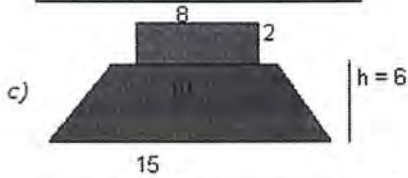
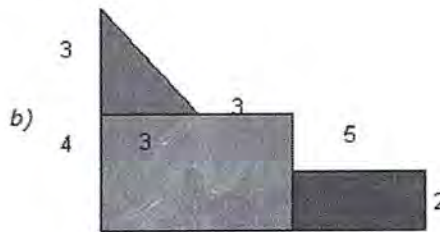
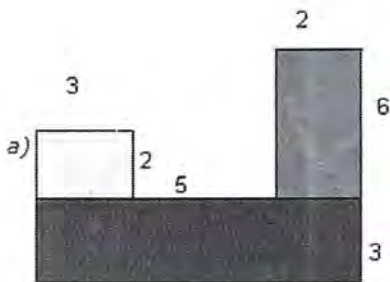
**LOSANGO**



$$S = \frac{D \cdot d}{2}$$

Calcule os perímetros e as áreas da figuras

1)



Cada quadro equivale a 1 cm

2) Temos um triângulo equilátero de lado 6cm. Qual é o perímetro e qual é a área deste triângulo?

3) Um trapézio tem a base menor igual a 2, a base maior igual a 3 e a altura igual a 10. Qual a área deste trapézio?

4) Sabendo que a área de um quadrado é 36cm<sup>2</sup>, qual é seu perímetro?

5) Calcule a área e o perímetro (em metros) dos retângulos descritos:

a) a = 25 e b = 12

b) a = 14 e b = 10



## VOLUMES

De modo prático, o volume de um sólido geométrico é a medida da região do espaço limitada por sua superfície. Em termos da Matemática, volume de um sólido é um número real positivo associado aos sólidos de forma que:

**sólidos congruentes têm volumes iguais.**

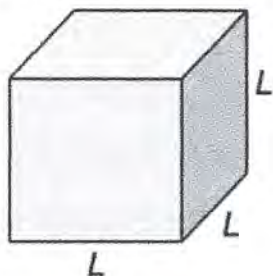
se um sólido  $S$  é a reunião de dois sólidos  $S_1$  e  $S_2$  que não têm pontos internos comuns, então o volume de  $S$  é a soma dos volumes de  $S_1$  e  $S_2$ .

Observação: Os sólidos são medidos por uma unidade que, em geral, é um cubo. Portanto, o volume desse cubo é 1. Se sua aresta mede 1 cm, seu volume será  $1 \text{ cm}^3$ . Se sua aresta medir 1 m, seu volume será  $1 \text{ m}^3$ .

Veja abaixo expressões de volume de alguns sólidos.

**Cubo** de arestas medindo  $L$

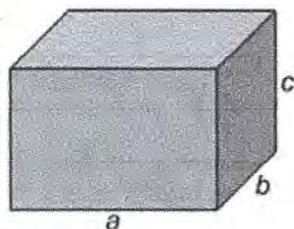
Expressão do volume do cubo:  $V=L \cdot L \cdot L=L^3$



Cubo

**Paralelepípedo** : comprimento  $a$ , largura  $b$  e altura  $c$ .

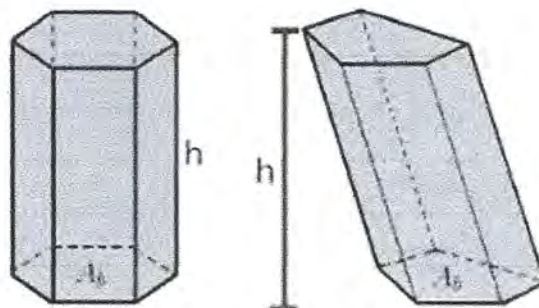
→  $V=a \cdot b \cdot c$



Prismas de área da base  $A_b$  e altura  $h$ .

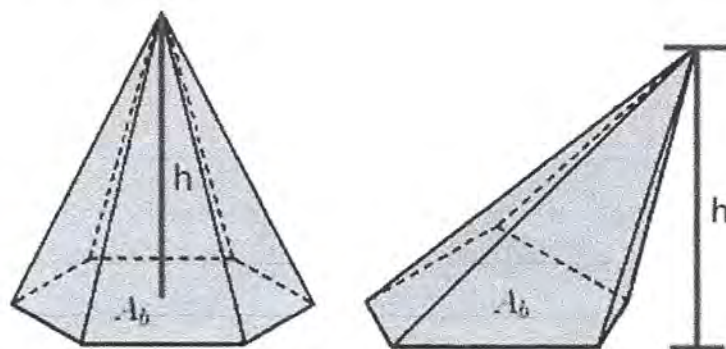
**Prisma**

Prismas de área da base  $A_b$  e altura  $h$ .



volume do prisma:  $V=A_b \cdot h$

**Pirâmide**



Pirâmide de área  $A_b$  da base e altura  $h$ .

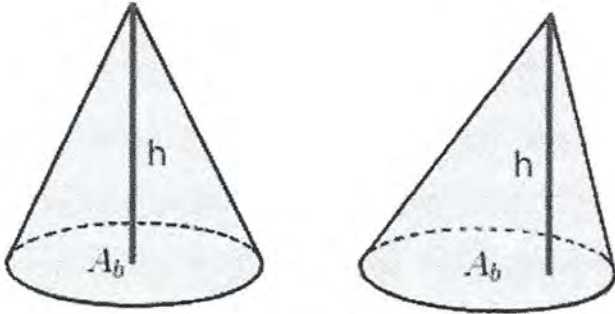
volume da pirâmide:  $V=1/3 \cdot A_b \cdot h$

### Cone

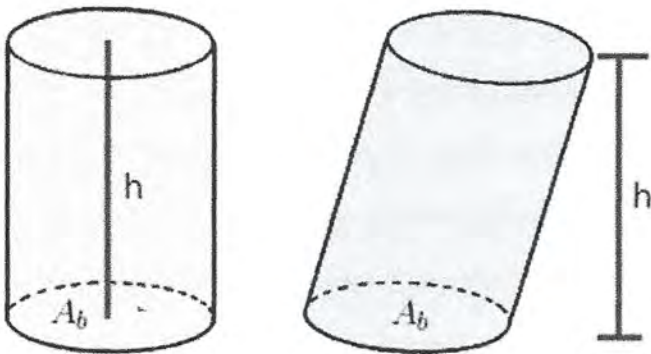
Cone de área  $A_b$  da base e altura  $h$

$A_b = \pi d^2/4$  para a circunferência (círculo)

volume do cone:  $V=1/3 \cdot A_b \cdot h$



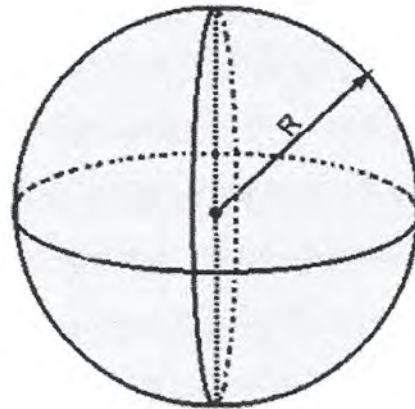
### Cilindro



Cilindro de área  $A_b$  da base e altura  $h$ .

volume do cilindro:  $V=A_b \cdot h$

### Esfera



$$V = \frac{4}{3} \pi r^3$$

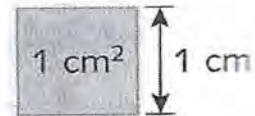
Esfera de raio  $R$ .

volume da esfera:  $V=4/3\pi \cdot R^3$



**Áreas e Volumes**

- $1 \text{ cm}^2$  é a **área de um quadrado** com  $1 \text{ cm}$  de lado.

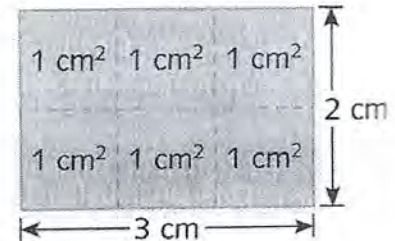


Quando se diz que a área de um rectângulo é  $6 \text{ cm}^2$ , é porque cabem nele 6 quadrados com  $1 \text{ cm}$  de lado.

Neste caso,

- podemos contar os quadrados com  $1 \text{ cm}$  de lado contidos no rectângulo;
- ou utilizar a fórmula:

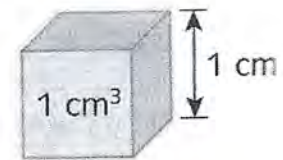
$$A_{\text{rectângulo}} = c \times l = 3 \text{ cm} \times 2 \text{ cm} = 6 \text{ cm}^2$$



As áreas medem-se em  $\text{cm}^2, \text{dm}^2, \text{m}^2, \dots$

- $1 \text{ cm}^3$  é o **volume de um cubo** com  $1 \text{ cm}$  de aresta.

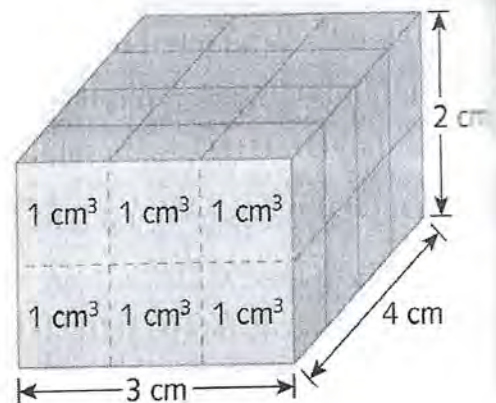
Quando se diz que o volume de um paralelepípedo é  $24 \text{ cm}^3$  é porque cabem nele 24 cubos com  $1 \text{ cm}$  de aresta.



Neste caso,

- podemos contar os cubos com  $1 \text{ cm}$  de aresta contidos no paralelepípedo;
- ou utilizar a fórmula:

$$V = A_{\text{base}} \times \text{altura} = 4 \text{ cm} \times 3 \text{ cm} \times 2 \text{ cm} = 24 \text{ cm}^3$$



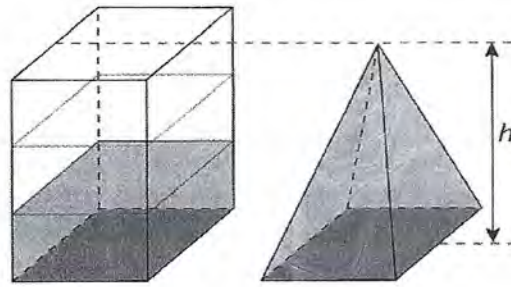
Os volumes medem-se em  $\text{cm}^3, \text{dm}^3, \text{m}^3, \dots$

**A área (total) de um sólido é a soma das áreas das suas faces.**

A área do paralelepípedo é igual a :

$$A_{\text{paralelepípedo}} = 2 \times (3 \times 4 + 3 \times 2 + 4 \times 2) = 52 \text{ cm}^2$$

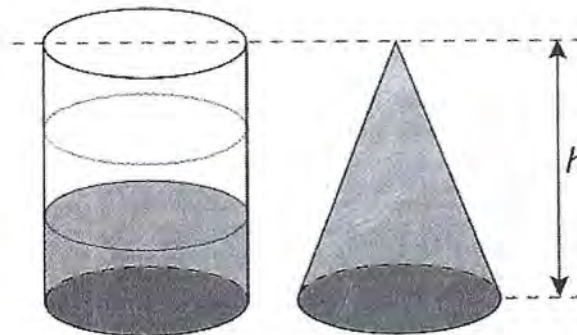
### Volume da Pirâmide



Se compararmos a capacidade de uma **pirâmide** com a de um **prisma** com a **mesma base e a mesma altura**, observamos que são necessárias três pirâmides cheias de água para encher o prisma.

$$V_{\text{prisma}} = A_{\text{base}} \times \text{altura} \quad \text{então} \quad V_{\text{pirâmide}} = \frac{A_{\text{base}} \times \text{altura}}{3}$$

### Volume do Cone



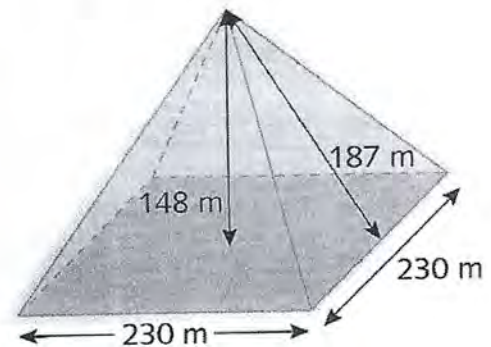
Se compararmos a capacidade de um **cone** com a de um **cilindro** com a **mesma base e a mesma altura**, observamos que são necessárias três cones cheios de água para encher o cilindro.

$$V_{\text{cilindro}} = A_{\text{base}} \times \text{altura} \quad \text{então} \quad V_{\text{cone}} = \frac{A_{\text{base}} \times \text{altura}}{3}$$

#### **Exercício 1.**

A grande pirâmide de Quéops (Gizé, Egípto) é uma das sete maravilhas do mundo.

Calcule a sua **área** e o seu **volume**.

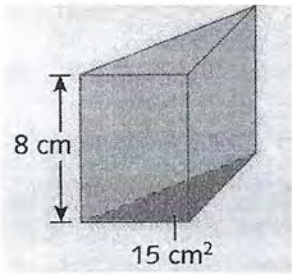




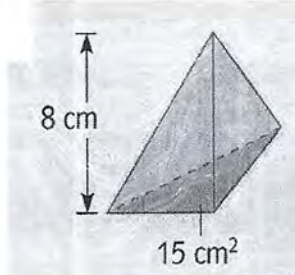
**Exercício 2.**

Calcule o **volume** dos seguintes sólidos.

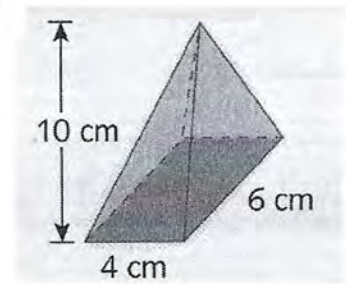
a)



b)

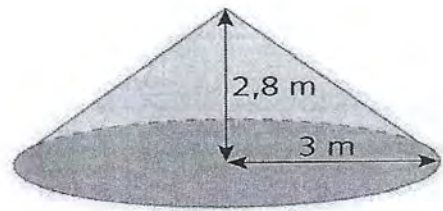


c)



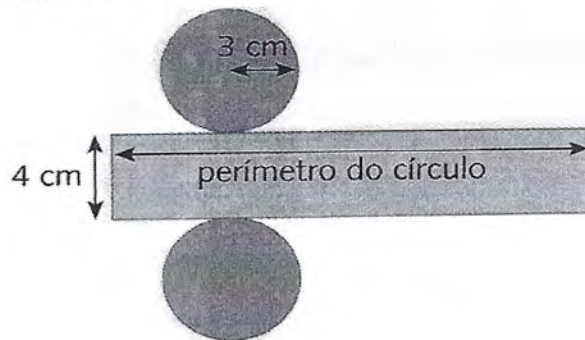
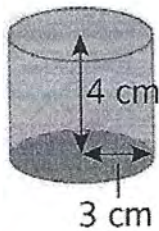
**Exercício 3.**

A parte superior do moinho é um **cone**. Calcule o seu **volume**.



**Exercício 4.**

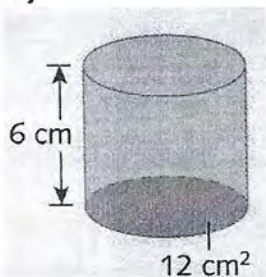
Calcule a **área do cilindro** representado na figura.



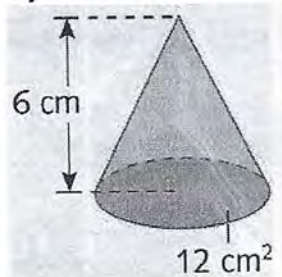
**Exercício 5.**

Calcule o volume dos seguintes **sólidos**.

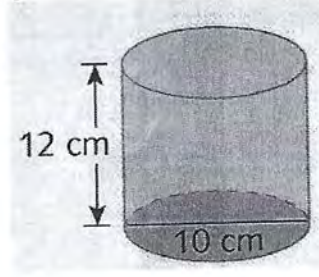
a)



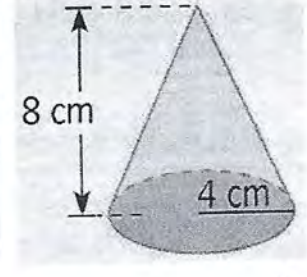
b)



c)



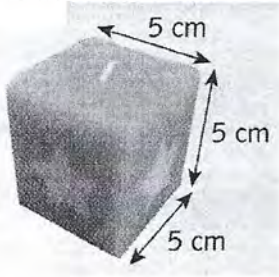
d)



**Exercício 6.**

**6.1.** Calcule o **volume** de cada um dos seguintes sólidos (com 1 c.d. se necessário):

**a) Vela**



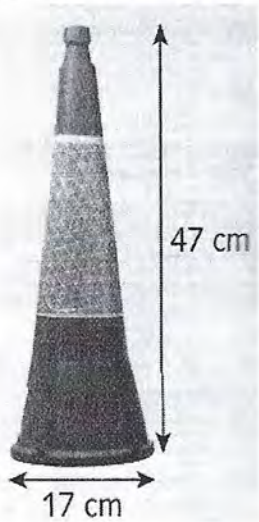
**b) Cereais**



**c) Lata de conserva**



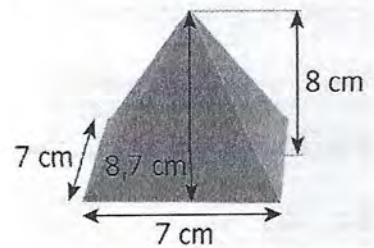
**d) Cone de sinalização**



**e) Gelado**



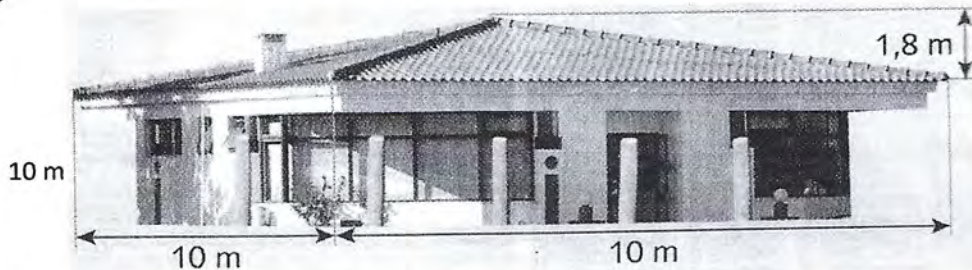
**f) Pirâmide**



**g)**



**h)**



**6.2.** Calcule a **área** de cada um dos sólidos das alíneas **a, b, c, f e g**.

Bom Trabalho!  
PM II 2010/2011